Document de travail pour le TD5
Recherches de plus court chemins dans les graphes (partie 1)

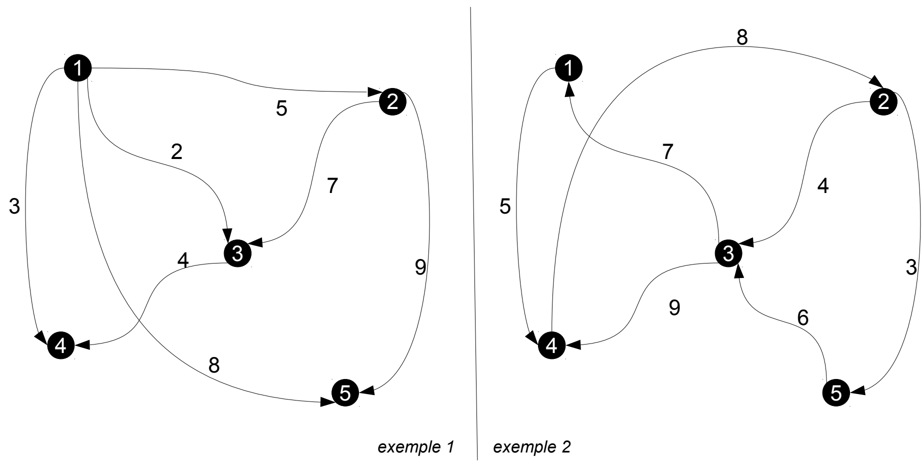
Pour générer l'ensemble des sommets du graphe, vous pouvez réutiliser le travail fait pour le gift wrapping.

Question 1- représentation matricielle

On considère un graphe dont les sommets sont numérotés de *1* à *N*. Ce graphe est représenté par une matrice *N lignes-N colonnes* dans laquelle la valeur (positive ou nulle) placée en ligne *i* et colonne *j* indique la **valuation associée à l'arc**[1] permettant de passer du point *i* au point *j*, avec la convention suivante :

- un arc réflexif (d'un sommet sur lui-même aura une valuation de 0),
- un arc inexistant sera représenté par une valuation infinie (ou tout au moins, supérieure aux coûts des chemins existants).

Quelle sera la matrice de valuation, **G**, des graphes ci-dessous, la valuation de chaque arc entre un point source *s* et un point cible *c* étant indiquée en *G[s][c]*.



Quelle sera la matrice des prédécesseurs, *P*, de ces graphes dans laquelle la valuation de chaque arc entre un point source *s* et un point cible *c* est donnée en *P[c][s]*.

Vous devez écrire une classe proposant sur une telle représentation :

- une méthode d'**initialisation aléatoire** d'un graphe : pour chaque couple de points, vous devez tirer au hasard la valuation de l'arc correspondant (les valuations supérieures à une valeur maximum donnée a priori seront ramenées à la valeur jouant le rôle de +∞) ;
- des méthodes permettant de **lister** :
  - les arcs (non infinis) avec leur valuation,
  - la liste des successeurs d'un sommet,
  - la liste des prédécesseurs d'un sommet ;
- une méthode d'**affichage** du graphe (sous forme graphique).

Question 2- représentation comme tableau de listes

On considère un graphe dont les sommets sont numérotés de *1* à *N*. Ce graphe est représenté par un tableau de *N* listes. Chaque élément de la liste placée à l'indice *i* du tableau contient :

1 Aux arcs sont associées des valeurs numériques appelées : valuation, coût, longueur, etc...

 - un sommet (qui est un des successeurs immédiats du sommet *i*),
 - la valuation de l'arc entre *i* et ce sommet,
 - et un accès à l'élément suivant de la liste.

Quelle sera la représentation des graphes ci-dessus ?

Vous devez écrire une classe proposant sur une telle représentation :

- une méthode d'**initialisation aléatoire** d'un graphe : pour chaque point, vous devez tirer au hasard le nombre de ses successeurs. Pour chaque successeur (lui-même tiré au hasard), la valuation de l'arc correspondant sera tirée au hasard ;
- une méthode permettant de **lister** pour chaque point ses successeurs immédiats. Quid de la méthode permettant de lister les prédécesseurs d'un sommet ?
- une méthode d'**affichage** du graphe (sous forme graphique).

Question 3- expliquez/justifiez

- quel est l'intérêt des plus courts chemins dans les graphes (donnez des exemples d'utilisation) ;
- il y a incohérence dans un graphe entre la notion de plus court chemin et l'existence de cycles dont la valuation globale est négative ;

Introduction à la partie 2

Question 4- plus court chemin avec une représentation matricielle

Pour générer le graphe, vous pouvez tirer au hasard des coordonnées de points (entre 10 et 500, pour simplifier l'affichage). Vous pouvez refuser de générer des points dans certaines zones, pour simuler des obstacles. La longueur des arcs sera la distance (arrondie sur l'entier le plus proche si vous le souhaitez) entre les 2 sommets, s'ils sont suffisamment proches.

Programmer tous les algorithmes de plus courts chemins vus en cours : Ford, Floyd, Dantzig, Dijkstra, pseudo-multiplication de matrice, en représentant les graphes par des matrices carrées.
Pour Dijkstra, vous utiliserez un tableau de booléens pour savoir si un sommet a été atteint(la distance à la source d'un sommet atteint ne peut plus être modifiée par l'algorithme) ou non.

Générez aussi un tableau (ou une matrice) de prédécesseurs. Ecrivez une procédure pour reconstituer le plus court chemin jusqu'à un sommet donné. Vous pouvez stocker le chemin dans un tableau.

Dessinez les arêtes du graphe en noir, puis l'arbre des plus courts chemins en rouge (autrement dit les arcs joignant un sommet à son prédécesseur).

Question 5- plus court chemin avec une représentation par tableau de listes (Dijsktra)

Le même graphe est ce coup ci représenté par un tableau de liste des arcs : T [s] est une liste d'arcs sortant de s; un arc contient les champs : t un sommet voisin de s, et d la longueur de l'arc s → t (vous pouvez aussi recalculer à chaque fois la distance entre les 2 sommets ; ainsi un arc se réduit au numéro du sommet t et vous pouvez réutiliser les listes d'entiers...).