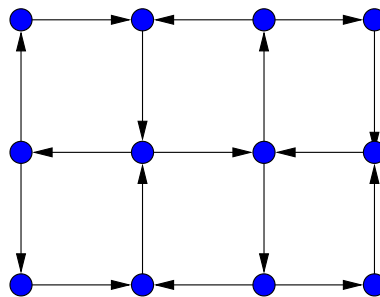


TD1 : propriétés de base des graphes, arbres et plus courts chemins

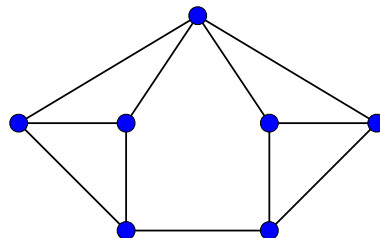
Exercice 1- Pour commencer

- 1) Montrer que tout graphe connexe sans boucle possède deux sommets de même degré.
- 2) Dessiner deux graphes cubiques d'ordre 6 non isomorphes.
- 3) Le graphe ci-dessous est-il fortement connexe? Si oui, déterminer son diamètre. Mêmes questions pour le graphe obtenu à partir de celui-ci en supprimant l'arc "central".
- 4) En partant du graphe non orienté sous-jacent, trouver une orientation qui maximise le diamètre.



Exercice 2- Algorithmes

- 1) Donner la matrice d'adjacence et le tableau de listes d'incidence du graphe ci-dessous.
- 2) Écrire un algorithme qui affiche la liste des degrés d'un graphe en partant de chacune des structures de données de la question 1).



Exercice 3- Graphes planaires et formule d'Euler

La formule d'Euler dit que pour tout graphe planaire dessiné sur le plan sans croisements d'arêtes, on a $v - e + f = 2$, où v est le nombre de sommets, e le nombre d'arêtes et f le nombre de faces.

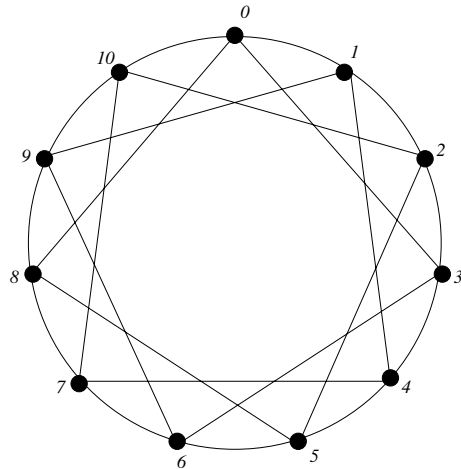
- 1) En utilisant la formule d'Euler, montrer que le graphe K_5 n'est pas planaire.
- 2) En utilisant la formule d'Euler, montrer que le graphe $K_{3,3}$ n'est pas planaire.
- 3) Montrer qu'un graphe planaire à n sommets, $n \geq 3$, ne contenant pas de triangles, possède au maximum $2n - 4$ arêtes.
- 4) En utilisant la formule d'Euler, montrer qu'un ballon de football, composé d'hexagones et de pentagones, contient nécessairement 12 pentagones.

Exercice 4- Parcours

1) Donner l'ordre de parcours des algorithmes BFS et DFS sur le graphe suivant en partant du sommet 0 et en considérant les voisins de chaque sommet dans l'ordre croissant (indiquer également l'arbre construit (tableau prédécesseur) et les temps de visite et distance pour BFS). Les arbres BFS et DFS seront-ils les mêmes si l'on part du sommet 5 ?

2) Déterminer les graphes pour lesquels l'arbre DFS est toujours un chemin (quel que soit le sommet initial).

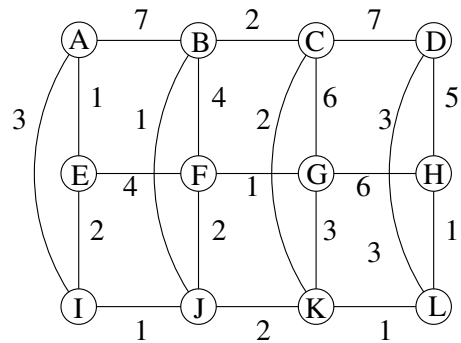
3) En utilisant BFS, écrire une fonction qui calcule les composantes connexes d'un graphe non orienté.



Exercice 5- Arbres couvrants

1) Executer les algorithmes de Prim et de Kruskal sur le graphe ci-dessous et indiquer le coût de l'arbre obtenu et l'ordre d'ajout des arêtes. Existe-t-il d'autres arbres de même coût ?

2) Écrire en pseudo code java le contenu de la boucle Tant-Que de l'algorithme de Prim.



Exercice 6- Plus courts chemins

1) Appliquer l'algorithme de Dijkstra sur le graphe de l'exercice en partant du sommet en A ; puis du sommet G. 2) Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford puis de Dijkstra sur le graphe ci-dessous.