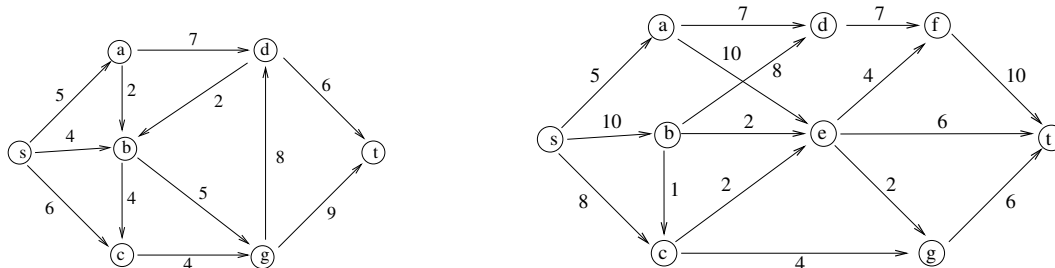


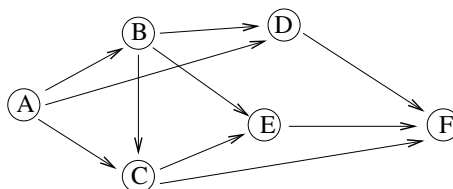
Exercices : Flots et coloration

Exercice 1- Déterminer les flots maximum dans les réseaux ci-dessous par l'algorithme de Ford-Fulkerson.



Exercice 2- Pour le graphe H ci-dessous, quel est le plus grand nombre de chemins entre A et F disjoints au niveau des sommets, hormis les extrémités ?

1) Répondre à cette question par recherche d'un flot maximum dans un réseau G obtenu à partir de H .



Exercice 3- Coloration

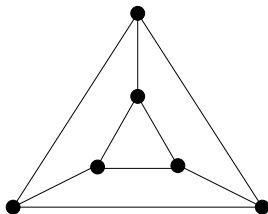
- 1) Trouver un graphe G d'ordre n pour lequel $\omega(G) > \frac{n}{\alpha(G)}$.
- 2) Trouver un graphe G d'ordre n pour lequel $\omega(G) < \frac{n}{\alpha(G)}$.
- 3) Trouver un graphe G d'ordre n pour lequel $\omega(G) = \frac{n}{\alpha(G)}$.
- 4) Trouver un graphe G pour lequel $\omega(G) = \Delta(G) + 1$.
- 5) Trouver un graphe G pour lequel $\chi(G) = \chi'(G) = \Delta(G)$.
- 6) Trouver un graphe G pour lequel $\chi(G) = \chi'(G) = \Delta(G) + 1$.

Exercice 4- Algorithmes

- 1) Pour le cycle C_6 de 6 sommets, trouver un ordre sur les sommets qui rend l'algorithme glouton optimal et un ordre pour lequel il ne produira pas une coloration optimale.
- 2) Montrer que pour tout graphe G , il est possible d'ordonner les sommets de G de façon telle que l'algorithme glouton produise une coloration de G utilisant $\chi(G)$ couleurs.
- 3) Pour tout $n > 1$, trouver un graphe biparti à $2n$ sommets ordonnés de façon que l'algorithme glouton utilise n plutôt que 2 couleurs.

Exercice 5-

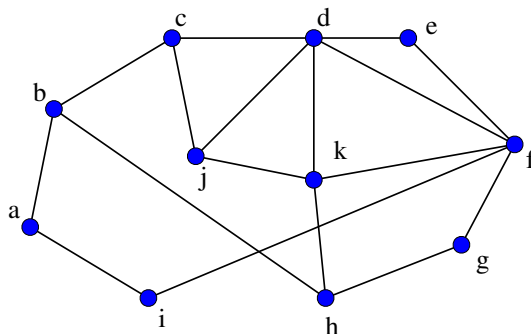
- 1) Calculer le nombre chromatique total du cycle C_n de longueur n .
- 2) Pour le prisme du triangle(voir dessin ci-dessous) et le prisme du carré, calculer χ, χ' , et χ'' .



Exercice 6- Modéliser chacun des deux problèmes suivants en terme de coloration de graphe (en prenant la variante de coloration la plus appropriée) et indiquer si le calcul d'une solution optimale est faisable ou non :

1. **Planification d'avions :** une compagnie possède k avions à affecter à n vols, le i ème vol ayant lieu dans l'intervalle de temps $[a_i, b_i]$. Elle veut savoir si les k avions sont suffisants pour proposer ses n vols.
2. **Tâches biprocesseur :** sur un ensemble de k processeurs (machines) p_1, p_2, \dots, p_k , on souhaite faire exécuter un ensemble de r tâches t_1, \dots, t_r ; chaque tâche devant s'exécuter sur deux processeurs prédéfinis simultanément (par exemple, un transfert de fichiers entre deux processeurs). Un même processeur ne peut exécuter deux tâches simultanément. On s'intéresse au temps global minimum pour exécuter toutes les tâches.

Exercice 7- Dans quel ordre l'algorithme DSATUR va-t-il colorier le graphe dessiné ci-dessous et quelle va être la coloration produite ?



Exercice 8- Coloration fractionnaire

La puissance p d'un graphe G est le graphe G^p avec le même ensemble de sommets que G et une arête entre toute paire de sommets à distance au plus p dans G .

- 1) Pour $b = 1, 2, 3$, déterminer l'entier k minimum tel que le graphe C_7^2 (le carré du cycle de longueur 7) soit (k, b) -coloriable.
- 2) Que peut-on alors dire de $\chi_f(C_7^2)$?