

TP1 : composantes connexes

Le but de ce TP est d'observer le phénomène suivant : si on génère un graphe aléatoire de n sommets et m arêtes avec m proche de n , les composantes connexes sont de tailles très inégales : une composante "géante" apparaît presque sûrement alors que les autres composantes sont toutes très petites.

Le graphe pourra être représenté par un tableau **arete** de taille $m \times 2$: les sommets sont les entiers $\{0, 1, \dots, n-1\}$ et si xy est l'arête d'indice k , alors **arete**[k][0]= x , **arete**[k][1]= y .

Pour calculer les composantes connexes, on prendra un tableau **comp** de n cases, **comp**[i] permettant de stocker le numéro de la composante dans laquelle se trouve le sommet i .

Exercice 1- Création du graphe aléatoire à n sommets et m arêtes

Écrire la fonction **generegraphe**(int n , int m , int **arete**[][2]) qui remplit le tableau d'arêtes aléatoirement (on permettra les boucles et arêtes multiples).

Entier aléatoire en C/C++ :

```
— srand(time(NULL)); // initialisation du générateur sur l'horloge
— rand()%k // entier entre 0 et k-1
```

Exercice 2- Calcul des composantes connexes

N'importe quel parcours de graphe permet de déterminer les composantes connexes. Ici, étant donné la façon dont est codé le graphe, on peut utiliser l'algorithme suivant :

```
Pour chaque sommet x faire
  comp[x]=x // chaque sommet est dans sa composante
Pour chaque arete xy faire
  si comp[x] != comp[y] alors
    Pour chaque sommet z, faire
      si comp[z]==comp[y] alors comp[z]=comp[x]
```

À la fin de l'algorithme, deux sommets x et y seront dans la même composante si et seulement si $comp[x] = comp[y]$.

Exercice 3- Calcul et affichage des tailles des composantes connexes

Écrire une fonction qui calcule les tailles des composantes du graphe

Écrire une fonction qui calcule le nombre de composantes de taille i et qui l'affiche.

Exemple de résultat :

Il y a 389 points isolés.

Il y a 50 composantes de taille 2

Il y a 11 composantes de taille 3

Il y a 6 composantes de taille 4

Il y a 1 composante de taille 4447.

Faire varier n et m pour observer l'apparition de la composante géante.

Lorsque $n = 10000$ et $m = 5000$, qu'elle est environ la proportion de points isolés ?

Exercice 4- Pour aller plus loin

Pour améliorer les performances de calcul, modifier le code de telle sorte que :

- lors de la lecture de l'arête xy , si $comp[x] \neq comp[y]$, seuls les sommets z vérifiant $comp[z] = comp[y]$ sont relus et réaffectés en $comp[x]$;
- entre $comp[x]$ et $comp[y]$, choisir en priorité de réaffecter la composante de taille minimum.

Pour cela, utiliser des tableaux dynamiques (vector en C++).

Comparer les temps d'exécution avec et sans la deuxième amélioration, pour des graphes très grand.