

Nom Prénom

Devoir surveillé

Année 2012/2013

Vous devez répondre dans les cadres prévus à cet effet. Téléphones portables, calculatrices, ordinateurs et tablettes interdits. Notes personnelles (manuscrites ou imprimées) et documents de cours, TD et TP autorisés.

**Lambda-Calcul 10 points**

Décomposez le terme suivant en encadrant les abstractions en pointillés et les applications en trait continu.

$x \ y \ \lambda x \ . \ y \ y \ \lambda z \ . \ z \ x$

2 points

Dans le terme suivant, entourez les occurrences libres de variables et indiquez les occurrences de variables liées entre elles.

$x \ y \ \lambda x \ . \ y \ y \ \lambda z \ . \ z \ x$

1 point

Parmi les termes suivants, entourez ceux qui sont équivalents entre eux.

$y\lambda x.x$      $x\lambda x.x$      $(\lambda x.xy)\lambda t.t$      $(\lambda x.xy)\lambda y.y$   
 $y\lambda y.y$      $x\lambda y.y$      $(\lambda t.ty)\lambda t.t$      $(\lambda x.x)y\lambda t.t$

2 points

Existe t-il un terme A tel que l'évaluation de  $(\lambda x.xx)A$  nécessite un renommage ? Si oui, donnez un exemple, sinon expliquez pourquoi.

1 point

Existe t-il un terme B tel que l'évaluation de  $(B)z$  nécessite un renommage ? Si oui, donnez un exemple, sinon expliquez pourquoi.

1 point

Détaillez l'évaluation complète du terme  $((\lambda x.x \lambda t.t)\lambda w.w)t$

3 points

### CAML 10 points

Vos programmes CAML doivent être en style fonctionnel pur, sans instruction itérative. Il sera tenu compte de la simplicité des solutions proposées.

Une suite de Syracuse de valeur initiale  $u_0$  est une suite telle que pour tout  $i > 0$ , si  $u_{(i-1)}$  est pair alors  $u_i = u_{(i-1)}/2$  sinon  $u_i = (3 * u_{(i-1)}) + 1$ . On appelle temps de vol d'une telle suite la plus petite valeur  $i$  telle que  $u_i = 1$ . Par exemple, avec  $u_0 = 5$ , on a la suite 5,16,8,4,2,1,4,2,1,4,2,1... dont le temps de vol est 5 (parce que le premier terme ayant la valeur 1 est  $u_5$ ). On supposera que le temps de vol est toujours fini (car on ne connaît aucune suite de Syracuse qui n'atteint jamais la valeur 1). Donnez la définition en langage CAML de la fonction  $tv$  telle que  $tv u_0$  retourne le temps de vol de la suite de Syracuse de valeur initiale  $u_0$ .

```
let rec tv u0 =
```

3 points

Complétez ci-dessous la définition de la fonction `rem` de manière à ce que `rem n i w` retourne la liste obtenue en retirant de `w` les `n` éléments situés à partir de la position `i`. Par convention, le premier élément d'une la liste a la position 0. Par exemple `rem 3 2 [1;2;3;4;5;6;7]` doit retourner `[1;2;6;7]`. On supposera que les valeurs `n` et `i` sont cohérentes avec la taille de la liste `w`.

```
let rec rem n i w =
```

```
  if n=0 then
```

```
  else match w with
```

```
  | [] ->
```

```
  | t::q ->
```

```
    if i=0 then
```

```
    else
```

```
;;
```

3 points

On définit le type arbre de la manière suivante :

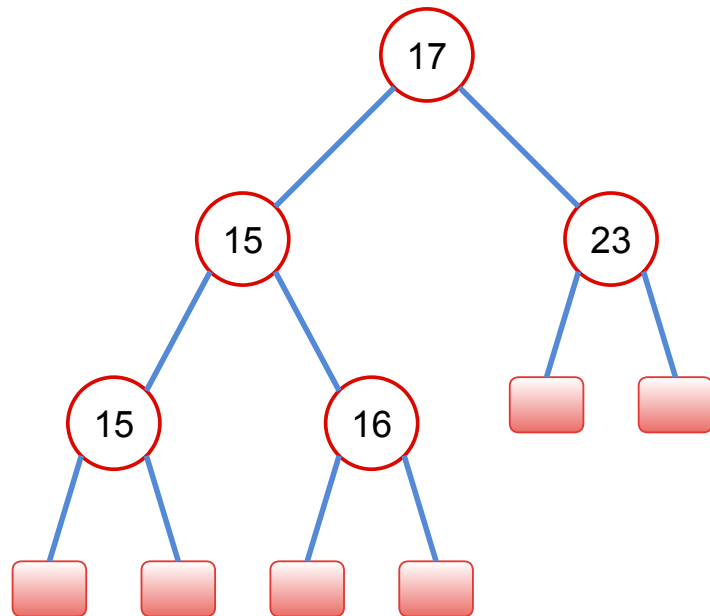
```
type arbre = F | N of int * arbre * arbre;;
```

On dit qu'un arbre est un arbre binaire de recherche si c'est une feuille ou si toutes les conditions suivantes sont réalisées :

1. tous les nœuds du fils gauche ont des valeurs inférieures ou égales à celle de la racine;
2. tous les nœuds du fils droit ont des valeurs supérieures à celle de la racine;
3. les fils droit et gauche sont des arbres binaires de recherche.

Répondez aux questions posées page suivantes.

Donnez la représentation de l'arbre suivant avec le type **arbre** et précisez s'il s'agit d'un arbre binaire de recherche.



1 point

Complétez la définition de la fonction **valid** de manière à ce que **valid t min max** retourne un Booléen valant **true** si et seulement si **t** est un arbre binaire de recherche vide ou ne contenant que des valeurs comprises entre **min** et **max** inclus.

```
let rec valid t min max =
```

```
match t with
```

```
| F ->
```

```
| N(x,g,d) ->
```

```
if x < min or x > max then
```

```
else
```

3 points