Numéro d'anonymat :

Programmation logique et fonctionnelle

Modalités

Documents autorisés : 3 feuilles A4 recto-verso. Vous devez donner vos réponses dans les cadres. Il sera tenu compte de la **simplicité** et de la **concision** de vos programmes et de vos réponses. Calculatrices autorisées.

1 CAML (2 points)

Complétez le code suivant de manière à ce que la fonction `unsurdeux`, appliquée à une liste w, retourne une liste contenant un élément de w sur deux : le premier (si applicable), le troisième (si applicable), le cinquième (si applicable) etc... Par exemple `unsurdeux [45;3;4;1;7;6]`, doit retourner `[45;4;7]`, et `unsurdeux []`, doit retourner `[]`.

```
let rec unsurdeux w =
match w with
 | [ ]->
 | [x]->
 | x::y::q->
;;
```

2 Logique propositionnelle (6 points)

2.1 Validité et satisfaisabilité (2 points)

La formule $((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (\neg c \rightarrow \neg a)$ est elle valide ? Est elle satisfaisable ? Justifiez votre réponse.

2.2 Conséquence logique (2 points)

La formule $a \vee b$ est elle conséquence logique de la formule $(a \rightarrow b) \wedge (\neg a \rightarrow b)$? Justifiez votre réponse.

2.3 Modélisation (2 points)

On considère 4 boules numérotées de 1 à 4 et une urne. A chaque boule i est associée une variable u_i qui vaut VRAI si cette boule est dans l'urne et FAUX dans le cas contraire. Vous devez donner une formule propositionnelle qui modélise la propriété suivante : « Il y a au moins une boule dans l'urne et une boule hors de l'urne. »

3 Logique des prédicats (6 points)

3.1 Interprétation (2 points)

Soit la formule suivante : $(\exists X p(X)) \wedge (\exists X \neg p(X))$. Donnez une interprétation qui satisfait cette formule et une interprétation qui la falsifie.

3.2 Validité et satisfaisabilité (2 points)

La formule $(\exists X \exists Y q(X, Y)) \rightarrow (\forall X \exists Y q(X, Y))$ est elle satisfaisable ? Est elle valide ? Justifiez votre réponse.

3.3 Modélisation (2 points)

Donnez une formule de la logique du premier ordre qui modélise la phrase « Tout homme qui possède une maison possède un terrain. » à l'aide des prédicats `homme/1`, `terrain/1`, `maison/1` et `possède/2` ayant les interprétations suivantes : `homme(X)` est vrai si et seulement si `X` est un homme, `maison(X)` est vrai si et seulement si `X` est une maison, `terrain(X)` est vrai si et seulement si `X` est un terrain, et `possède(X,Y)` est vrai si et seulement si `X` possède `Y`.

4 PROLOG (6 points)

4.1 Faits et clauses (2 points)

On suppose que les prédicats `gros`, `plume` et `fourrure` sont définis par des faits PROLOG qui énumèrent des animaux respectivement gros, à plume ou à fourrure. Par exemple, le fait `gros(ours)` signifie que le terme `ours` désigne un gros animal et le fait `plume(toucan)` signifie que le terme `toucan` désigne un animal ayant des plumes.
Donnez la ou les clauses permettant de spécifier le prédicat `p` tel que `p(X)` est vrai lorsque `X` est soit un gros animal à plume, soit un animal à fourrure.

4.2 Listes et arithmétique (2 points)

Complétez la spécification suivante de manière à ce que le prédicat `sum` permette de calculer la somme des éléments d'une liste.

```
sum([],     ).
sum([T|Q],S) :-                                  .
```

4.3 Listes et cut (2 points)

Complétez la spécification suivante de manière à ce que le prédicat `deneg(L,S)` permette de produire une liste `S` en retirant toutes les valeurs négatives de la liste `L`.

```
deneg([],       ).
deneg([T|Q],          ) :- T<0,                      .
deneg([T|Q],          ) :-                           .
```