Numéro d'anonymat :

Examen de Programmation logique et fonctionnelle

Année 2011/2012 - Première session

Université de Bourgogne - UFR Sciences et Techniques - L3

Vous devez répondre dans les cadres prévus à cet effet. Téléphones portables, calculatrices, ordinateurs et tablettes interdits. Notes personnelles (manuscrites ou imprimées) et documents de cours, TD et TP autorisés.

Logique propositionnelle. 6 points.

La formule suivante est elle satisfaisable ? Est elle valide ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$(a \land b \land \neg c) \rightarrow (a \lor b \lor \neg c)$$

2 points

L'affirmation suivante est elle exacte ? Justifiez brièvement votre réponse.

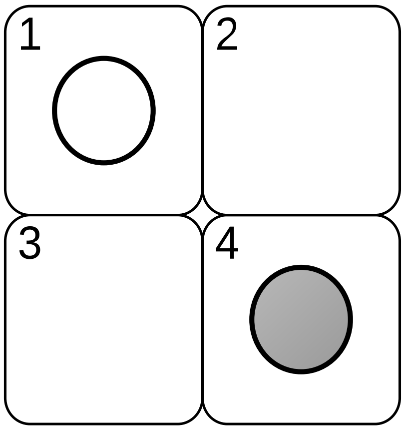
$$((a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow a)) \models ((b \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow b))$$

2 points

Logique propositionnelle (suite).

On considère un mini damier de 4 cases sur lequel il y a un pion blanc et un pion noir. Les cases sont numérotées de 1 à 4 comme illustré sur le dessin. La position du pion blanc est modélisée par 4 variables b1, b2, b3 et b4 telles que bi vaut Vrai si et seulement si le pion blanc est sur la case i. De même, la position du pion noir est modélisée par 4 variables n1, n2, n3 et n4.

On impose les contraintes suivantes : chaque pion est sur une case et une seule, et les deux pions sont sur une même diagonale. Par exemple, la configuration représentée sur le dessin ci-contre est autorisée alors qu'une configuration où le pion noir est en case 2 et le pion blanc en case 1 est interdite.



Donnez une formule propositionnelle qui modélise les contraintes exprimées ci-dessus, i.e., qui est falsifiée par toute interprétation représentant une configuration interdite.

2 points

Logique des prédicats. 6 points.

Soit la formule du premier ordre suivante :

$$[\forall X \forall Y (p(X,Y) \rightarrow q(X,Y))] \rightarrow [\forall X \forall Y (p(X,Y) \rightarrow q(Y,X))]$$

A	B	p(A,B)	q(A,B)
1	1	Faux	Vrai
1	2	Vrai	Vrai
2	1	Faux	Faux
2	2	Faux	Vrai

L'interprétation ci-contre, basée sur le domaine {1,2}, satisfait-elle ou falsifie t-elle la formule ? Justifiez brièvement votre réponse.

2 points

Logique des prédicats (suite).

La formule du premier ordre suivante est elle satisfaisable ? Est-elle valide ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$\exists X \exists Y (p(X,Y) \rightarrow p(Y,X))$$

2 points

Donnez une formule de la logique des prédicats qui modélise la propriété "Les animaux végétariens ne mangent jamais de viande" à l'aide des prédicats **animal/1**, **végétarien/1**, **viande/1** et **mange/2** tels que **animal(X)** est vrai si et seulement si **X** est un animal, **végétarien(X)** est vrai si et seulement si **X** est végétarien, **viande(X)** est vrai si et seulement si **X** est une viande, et **mange(X,Y)** est vrai si et seulement si **X** mange **Y**.

2 points

PROLOG. 8 points.

On suppose que les prédicats suivants sont *déjà spécifiés* à l'aide de faits (donc vous n'avez pas à les définir) : **conjoint**/2 tel que **conjoint**(A,B) est satisfait si et seulement si A et B sont conjoints, **amis**/2 tel que **amis**(A,B) est satisfait si et seulement si A et B sont amis, **homme**/1 tel que **homme**(A) est satisfait si et seulement si A est un homme et **femme**/1 tel que **femme**(A) est satisfait si et seulement si A est une femme.

PROLOG (suite).

Donnez les clauses permettant de spécifier les prédicats suivants :

- **p**/2 tel que p(A,B) soit satisfait lorsque A et B sont des conjoints ayant un ami commun de sexe masculin.
- **q**/2 tel que q(A,B) soit satisfait lorsque A et B sont deux amis de sexes différents.

2 points

Donnez la spécification d'un prédicat **calc** permettant de calculer, à l'aide d'un but **calc(N,R)**, la valeur 2 puissance **N**. Par exemple le but **calc(4,R)** devra avoir pour résultat 16.

2 points

On appelle longueur d'une liste le nombre d'éléments qu'elle contient. Spécifiez deux prédicats **pair**/1 et **impair**/1 tels que **pair**(L) soit satisfait lorsque L a une longueur paire (ou est une liste vide) et **impair**(L) soit satisfait lorsque L a une longueur impaire. Ces deux spécifications ne doivent pas contenir de calcul arithmétique mais exploiter la propriété suivante : si la queue d'une liste L non vide a une longueur paire alors L a une longueur impaire, si la queue d'une liste L non vide a une longueur impaire alors L a une longueur paire.

2 points

PROLOG (suite).

On définit la relation d'ordre $\preceq$ sur les listes d'entiers telle que si L1 et L2 sont des listes d'entiers, L1 $\preceq$ L2 est vérifié lorsque *l'une des trois conditions suivantes* est satisfaite :

- L1 est une liste vide.
- L1 a pour tête T1, L2 a pour tête T2, et T1<T2.
- Les valeurs en tête des deux listes sont identiques, L1 a pour queue Q1, L2 a pour queue Q2 et Q1 $\preceq$ Q2.

Par exemple, on a [] $\preceq$ [], [] $\preceq$ [7,3] (qui respecte la première condition), [1,2] $\preceq$ [2,1,1] (qui respecte la deuxième condition), [1,2,4] $\preceq$ [1,2,7] (qui respecte la troisième condition).

Donnez la spécification d'un prédicat **infeq**/2 tel que pour toutes listes d'entiers A et B, **infeq**(A,B) soit satisfait si et seulement si A $\preceq$ B.

```
infeq([] ,    ).

infeq([   |   ] , [   |   ]) :-                     .

infeq([   |   ] , [   |   ]) :-                     .
```

2 points