**Numéro d'anonymat :**

# Examen de Programmation logique et fonctionnelle

**Année 2011/2012 - Deuxième session**

**Université de Bourgogne - UFR Sciences et Techniques - L3**

Vous devez répondre dans les cadres prévus à cet effet. Téléphones portables, calculatrices, ordinateurs et tablettes interdits. Notes personnelles (manuscrites ou imprimées) et documents de cours, TD et TP autorisés.

## Lambda-calcul. 4 points.

Les termes suivants sont il équivalents ? Pour chacune des 4 propositions, répondez par oui ou par non.

$x\lambda t.ty$ et $x\lambda x.xy$

$x\lambda t.ty$ et $(x\lambda t.t)y$

$x\lambda t.ty$ et $x\lambda t.tz$

$x\lambda t.ty$ et $x(\lambda t.ty)$

2 points

Détaillez l'évaluation complète (i.e., toutes les étapes de réduction) du terme suivant.

$$(\lambda x.xx)(\lambda t.ty)$$

2 points

## CAML. 4 points.

Soit la fonction suivante.

```
let rec plpc w1 w2 =
match w1 with
|[] -> 0
|t1::q1 ->
    match w2 with
    |[] -> 0
    |t2::q2 ->
        if t1=t2 then 1 + (plpc q1 q2)
        else 0;;
```

Donnez le résultat de l'exécution des lignes suivantes :

1. plpc [1;2;3] [];;
2. plpc [1;2;3] [1;4];;
3. plpc [1;2;3] [1;2;5;7];;

1.5 points

Réalisez une fonction **tpos** telle que si **w** est une liste d'entiers et **f** une fonction ayant pour signature **int -> int**, alors **tpos w f** retourne une valeur Booléenne égale à **true** si et seulement si pour tout élément **x** de **w**, **f x** revoie une valeur positive ou nulle.

Par exemple, si **f** est la fonction qui à tout entier **x** associe **x** au carré alors **tpos [1;-1;-2] f** renvoie **true**. Si **f** est la fonction qui à **x** associe **2x**, alors **tpos [1;-1;-2] f** renvoie **false** puisque par exemple **f -1**, qui vaut -2, n'est ni positif ni nul.

```
let rec tpos w f =

;;
```

1.5 points

Donnez les lignes de code CAML permettant de définir la fonction **f** qui a tout entier **x** associe (x-1)(x-2) et, en supposant que la fonction **tpos** est correctement programmée, de l'appliquer à la liste [1;-1;3;-5] et à la fonction **f**.

1 point

## Logique propositionnelle. 4 points.

La formule suivante est elle satisfaisable ? Est-elle valide ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$(\neg a \vee \neg b \vee \neg c) \rightarrow \neg(a \wedge b \wedge c)$$

2 points

Deux adultes, Anne et Bernard, et deux enfants, Yann et Xavier, habitent dans une maison. La présence chacune de ces personnes dans la maison est modélisée par une variable proposition-nelle : **a** vaut vrai si Anne est dans la maison et faux si elle n'y est pas. De même, les valeurs des variables **b**, **x** et **y** indiquent respectivement si Bernard, Xavier et Yann sont dans la maison.

Proposez une formule propositionnelle qui modélise la règle suivante : **lorsqu'un enfant** (Yann ou Xavier) **est dans la maison, il doit toujours y avoir au moins un adulte** (Anne ou Bernard)) **dans la maison.**

2 points

## Logique des prédicats. 4 points.

Soit la formule du premier ordre suivante :

$$[\exists X \exists Y (p(X) \rightarrow q(Y))] \rightarrow [\exists X \exists Y (q(X) \rightarrow p(Y))]$$

Donnez une **interprétation sur le domaine {1,2}** qui satisfait cette formule et une autre, sur le même domaine, qui la falsifie.

2 points

Donnez une formule de la logique des prédicats qui modélise la propriété "Les animaux qui ne sont pas végétariens ne mangent que de la viande" à l'aide des prédicats **animal/1**, **végétarien/1**, **viande/1** et **mange/2** tels que **animal(X)** est vrai si et seulement si **X** est un animal, **végétarien(X)** est vrai si et seulement si **X** est végétarien, **viande(X)** est vrai si et seulement si **X** est une viande, et **mange(X,Y)** est vrai si et seulement si **X** mange **Y**.

**Remarque** : votre formule doit être falsifiée par toute interprétation qui contredit la propriété énoncée, et doit être satisfaite par toute autre interprétation. Peu importe que la propriété énoncée soit fausse sur terre. Le cas de la planète terre n'est qu'*une* interprétation parmi une infinité d'interprétations possibles.

2 points

## PROLOG. 4 points.

On suppose qu'on dispose d'une base de faits spécifiée à l'aide d'un prédicat **fiche/3** qui met en relation des noms, des poids et des tailles. Par exemple, le fait **fiche(antoine, 56, 175)** spécifie qu'il existe une personne prénommée antoine qui pèse 56 Kilos et mesure 175 centimètres.

Vous devez spécifier deux prédicats **p** et **q** tels que :

- le but **p(X)** affiche les prénoms des personnes pesant au moins 75 Kg **et** mesurant au moins 1m75,
- le but **q(X)** affiche les prénoms des personnes pesant au moins 75 Kg **ou** mesurant au moins 1m75 (incluant les personnes répondant aux deux critères).

2 points

Spécifiez un prédicat **prefix/3** tel que si **A** et **B** sont des listes, alors le but **prefix(A,B,R)** instancie **R** avec la liste représentant le plus grand préfixe commun de **A** et **B**. Deux listes ne commençant pas par la même valeur ont pour plus grand préfixe commun la liste vide. Deux listes commençant par la même valeur ont pour plus grand préfixe commun une liste commençant par cette valeur et se poursuivant par le plus grand préfixe commun de leurs queues respectives.

Par exemple, les listes [1] et [3,4] ont pour plus grand préfixe commun la liste []. Les liste [1,2,3] et [1,2,7,5] ont pour plus grand préfixe commun la liste [1,2].

2 points