

Numéro d'anonymat :

Examen de Programmation logique et fonctionnelle

Année 2012/2013 - Deuxième session

Université de Bourgogne - UFR Sciences et Techniques - L3

Vous devez répondre dans les cadres prévus à cet effet. Téléphones portables, calculatrices, ordinateurs et tablettes interdits. Notes personnelles (manuscrites ou imprimées) et documents de cours, TD et TP autorisés.

Lambda-calcul.

Entourez les variables libres et connectez à l'aide d'un trait les variables liées entre elles dans le terme suivant.

$$(\lambda t . x \lambda x . x t) t$$

1 point

Parmi les termes suivants, certains sont-ils équivalents ? Si oui, reliez-les d'un trait.

 $\lambda t . t \lambda t . x$ $\lambda t . x \lambda t . x$ $\lambda x . x \lambda t . x$

1 point

Donnez la réduction complète du terme $(\lambda t . \lambda x . tx) \lambda y . y$

2 points

CAML.

Réalisez une fonction `filtre` telle que si `w` est une liste d'entiers et `n` un entier, alors `filtre w f` retourne la liste de toutes les valeurs de `w` qui sont inférieures ou égales à `n`. Par exemple, `filtre [1;7;4;2;3;1;8] 4;;` doit retourner `[1; 4; 2; 3; 1]`.

2 points

On définit le type `arbre = F | N of int * arbre * arbre` pour représenter des arbres binaires étiquetés par des entiers. Réalisez une fonction `coll` telle que si `a` est un arbre binaire étiqueté par des entiers, alors `coll a` retourne la liste des entiers contenus dans l'arbre dans l'ordre où ils apparaissent lors d'un parcours en ordre infixe. Par exemple, si `t` est l'arbre défini par `N(10,F,N(4,N(5,F,F),N(56,F,F)))`, alors `coll t` retourne la liste `[10; 5; 4; 56]`. Vous pouvez utiliser l'opérateur `@` qui concatène des listes.

2 points

Logique propositionnelle.

La formule suivante est elle satisfaisable ? Est-elle valide ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$((a \vee b) \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c))$$

2 points

Existe t-il une formule S n'ayant *pas* pour conséquence logique la formule $a \vee \neg a$? Si oui, donnez un exemple, si non justifiez votre réponse.

2 points

Logique des prédicats.

Donnez une interprétation qui satisfait la formule du premier ordre suivante :

$$[\exists X p(X, X)] \wedge [\exists X \neg p(X, X)]$$

2 points

Donnez une formule de la logique des prédicats qui modélise la propriété "Tout animal omnivore peut manger au moins un animal et au moins quelque chose qui n'est pas un animal" à l'aide des prédicats **animal/1**, **omnivore/1**, et **mange/2** tels que **animal(X)** est vrai si et seulement si X est un animal, **omnivore(X)** est vrai si et seulement si X est omnivore, et **mange(X,Y)** est vrai si et seulement si X peut manger Y.

2 points

PROLOG.

Complétez ci-dessous la spécification du prédicat **fusion** de manière à ce que si **L1** et **L2** sont deux listes d'entiers triées en ordre croissant, alors le but **fusion(L1,L2,R)** instancie **R** avec une liste triée en ordre croissant contenant tous les éléments de **L1** et tous ceux de **L2**. Par exemple, le but **fusion([1,5],[2,3,7],R)** doit produire **R=[1,2,3,6,7]**.

```
fusion([],L,      ).  
fusion(L,[],     ).  
fusion([T1|R1],[T2|R2],[T1|L]) :-  
  
fusion([T1|R1],[T2|R2],[T2|L]) :-
```

3 points

Soit le prédicat **gen** défini ci-contre. Donnez les résultats du but **gen(2,L)**.

```
gen(0,[]) :- !.  
gen(N,[0|Q]) :- M is N-1, gen(M,Q).  
gen(N,[1|Q]) :- M is N-1, gen(M,Q).
```

1 point