

Numéro d'anonymat :

## Examen de Programmation logique et fonctionnelle

Année 2013/2014 - Première session

Université de Bourgogne - UFR Sciences et Techniques - L3

Vous devez répondre dans les cadres prévus à cet effet. Téléphones portables, calculatrices, ordinateurs et tablettes interdits. Notes personnelles (manuscrites ou imprimées) et documents de cours, TD et TP autorisés.

### Logique propositionnelle.

La formule suivante est elle satisfaisable ? Est elle valide ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$(\neg a) \wedge (\neg b) \wedge (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee d) \wedge (\neg d \vee \neg c)$$

10%

L'affirmation suivante est elle exacte ? Justifiez brièvement votre réponse.

$$a \vee (b \wedge c) \models (a \vee b \vee c)$$

10%

Soit un mot binaire de 5 bits. Chaque bits est représenté par une variable propositionnelle. Les variables sont nommées  $b_0$  (bit le plus à droite) à  $b_4$  (le plus à gauche). Chaque variable  $b_i$  a la valeur vrai si et seulement si le bit qu'elle représente est à 1.

Donnez une formule aussi courte que possible qui modélise précisément la proposition suivante : « Le mot ne comporte aucune séquence de deux bits à 1 consécutifs. » Par exemple, 01110 ne vérifie pas la propriété car il comporte au moins une séquence de deux bits à 1 situés l'un après l'autre, alors que 01000 satisfait la propriété à modéliser.

10%

## Logique des prédicats.

Soit la formule du premier ordre suivante :

$$[ \forall X \exists Y (p(X, Y) \wedge q(Y)) ] \rightarrow [ \forall Z p(Z, Z) ]$$

Et les deux interprétations suivantes sur le domaine  $\{1,2\}$  :

- I1 :  $p(1,1)=p(2,2)=\text{vrai}$ ,  $p(1,2)=p(2,1)=\text{faux}$ ,  $q(1)=\text{vrai}$ ,  $q(2)=\text{faux}$ .
- I2 :  $p(1,1)=p(2,1)=\text{vrai}$ ,  $p(1,2)=p(2,2)=\text{faux}$ ,  $q(1)=\text{vrai}$ ,  $q(2)=\text{vrai}$ .

I1 satisfait-elle la formule ?

5% (-5%)

I2 satisfait-elle la formule ?

5% (-5%)

Soit la formule suivante :

$$[ \forall X (p(X, X) \rightarrow q(X)) ] \rightarrow [ (\exists X p(X, X)) \rightarrow (\exists X q(X)) ]$$

Cette formule est-elle valide ? Donnez et justifiez votre réponse page suivante.

10%

Donnez une formule de la logique des prédicats qui modélise la propriété "La somme de deux nombres pairs est toujours un nombre pair" à l'aide des prédicats **pair/1** et **somme/3**, tels que **pair(X)** est vrai si et seulement si X est un nombre pair et **somme(X,Y,Z)** est vrai si et seulement si X, Y et Z sont des nombres et Z est la somme de X et Y.

10%

## PROLOG.

Certains réseaux sociaux permettent à chaque utilisateur de définir des cercles et de mettre chacun de ses contacts dans un ou plusieurs cercles. On suppose qu'un réseau social utilise Prolog pour spécifier sous forme de faits, à l'aide d'un prédicat **cercle**, toutes les personnes appartenant aux différents cercles de chaque utilisateur. Pour simplifier, tous les cercles sont désignés par des entiers : 1, 2, 3 etc. Par exemple le fait **cercle(picsou, donald, 1)** signifie que **donald** est dans le cercle numéro 1 de **picsou**, et **cercle(flairsou, picsou, 3)** indique que **picsou** appartient au cercle numéro 3 de **flairsou**.

Vous devez spécifier les prédicats suivants :

- **connectes(X,Y)** : satisfait si et seulement si Y est dans un cercle (quelque soit le numéro) de X ou si X est dans un cercle de Y.
- **relies(X,Y,N)** : satisfait si et seulement si Y est relié à X au niveau N dans le sens suivant:
  - Y est relié à X au niveau 1 si et seulement si il est dans le cercle 1 de X,
  - pour tout N supérieur à 1, Y est relié à X au niveau N si et seulement si il est dans le cercle 1 d'un utilisateur relié à X au niveau N-1.

Attention, le niveau N n'a ici rien à voir avec les numéros des cercles, puisque seuls les cercles 1 sont pris en considération.

12%

On spécifie les prédicats suivants :

```
p(r1,r2). p(r1,r3). p(r2,r3).  
q(r2,k1). q(r1,k2). q(r3,k2). q(r3,k1).  
pq1(X,Y) :- p(X,Z),q(Z,Y).  
pq2(X,Y) :- !,p(X,Z),q(Z,Y).  
pq3(X,Y) :- p(X,Z),!,q(Z,Y).  
pq4(X,Y) :- p(X,Z),q(Z,Y),!.
```

Donnez toutes les réponses de Prolog pour les buts ci-dessous.

pq1(A,B) :

pq2(A,B) :

pq3(A,B) :

pq4(A,B) :

12%

Complétez la définition du prédicat **somme** tel que le but **somme(V,N,S,R)** permette de produire toutes les listes **R** contenant exactement **N** valeurs prises dans la liste **V** et dont la somme vaut **S**. Par exemple, le but **somme([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10],3,8,R)** produit les listes **R=[1,2,5]** et **R=[1,3,4]**.

```
somme( _ , _ , _ , _ ).
```

```
somme([T|Q],N,S,[T|R]) :- N>0, N1 is N-1, S1 is S-T, somme(Q,N1,S1,R).
```

```
somme([T|Q],N,S,R) :-
```

10%

Donnez la définition d'un prédicat **calcul** tel que le but **calcul(L,R)** produise la liste **R** contenant les carrés des valeurs contenues dans **L**. Par exemple, le but **calcul([1,2,3,4],R)** produit la liste **R=[1,4,9,16]**.

6%