Les formules pour les B-splines non uniformes

Dominique Michelucci

January 28, 2010

J'écris ce texte car les formules sont souvent fausses dans la littérature : le papier se laisse écrire...

Une B-spline est définie par un vecteur $T = (t_0, \dots t_m)$, $t_i \in \mathbb{R}$, par un polygone de contrôle $P = (p_0, \dots p_n)$, les p_i sont des points de $\mathbb{R}^d$: $d = 2$ pour une courbe 2D, $d = 3$ pour une courbe 3D.

Il y a donc $m + 1$ valeurs t_i, et $n + 1$ points de contrôle : les points de Boor.

L'ordre de la courbe est k: le degré des courbes utilisées est $k - 1$.

m, n, k vérifient : $m = n + k + 1$

La courbe $P(t)$ est tracée pour $t \in [t_{k-1}, t_{m-k+1}]$. Ailleurs, $P(t)$ est nul. Les formules sont :

$$
\begin{aligned}
&T = (t_0, \dots t_m), t_0 \leq t_1 \dots \leq t_m, t_i \in \mathbb{R} \\
&P = (p_0, \dots p_n), p_i \in \mathbb{R}^d \\
&m = n + k + 1 \\
&P(t) = \sum_{i=0}^{n} N_{i,k}(t) \times p_i, \quad t \in [t_{k-1}, t_{m-k+1}] \\
&N_{i,1}(t) = \text{ si } t_i \leq t < t_{i+1} \text{ alors } 1 \text{ sinon } 0 \\
&N_{i,k}(t) = \omega_{i,k-1}(t) \times N_{i,k-1}(t) + (1 - \omega_{i+1,k-1})(t) \times N_{i+1,k-1}(t) \\
&\omega_{i,k}(t) = \text{ si } t_i < t_{i+k} \text{ alors } (t - t_i)/(t_{i+k} - t_i) \text{ sinon } 0
\end{aligned}
$$